



دورة: 2019

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات  
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي  
الشعبة: تسيير واقتصاد

المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:  
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

( $u_n$ ) المتتالية العددية المعرفة كما يلي :  $u_0 = -4$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 2$  .

(1) أ) احسب كلا من  $u_1$  و  $u_2$  .

ب) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n < 8$  .

(2) ادرس اتجاه تغير المتتالية ( $u_n$ ) واستنتج أنها متقاربة .

(3) من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ، نضع :  $v_n = u_n - \alpha$  ، حيث  $\alpha$  عدد حقيقي .

أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $v_{n+1} = \frac{3}{4}v_n - \frac{1}{4}\alpha + 2$  .

ب) عيّن قيمة العدد  $\alpha$  حتى تكون المتتالية ( $v_n$ ) هندسية أساسها  $\frac{3}{4}$  ، يطلب تعيين حدها الأول  $v_0$  .

ج) نضع  $\alpha = 8$  ، عبّر عن  $v_n$  بدلالة  $n$  ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n = -12\left(\frac{3}{4}\right)^n + 8$  .

(4) احسب المجموع  $S_n$  بدلالة  $n$  حيث:  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$  .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 مرتين متتاليتين ونسجل الرقم الظاهر على الوجه العلوي في كل مرة.

(1) ما احتمال الحصول على رقمين زوجيين ؟

(2) ما احتمال الحصول على رقمين جداؤهما يساوي 6 ؟

(3) ما احتمال الحصول على رقمين أحدهما ضعف الآخر ؟

(4) ما احتمال الحصول على رقمين زوجيين أحدهما هو 2 ؟

**التمرين الثالث: (05 نقاط)**

يمثل الجدول التالي تطور الواردات في الجزائر مقدرة بالمليار دولار من سنة 2009 إلى سنة 2014 .

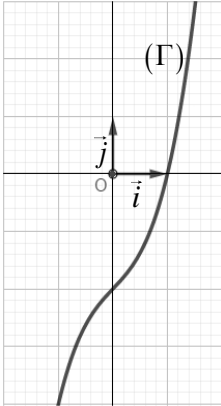
السنة	2009	2010	2011	2012	2013	2014
رتبة السنة $x_i$	1	2	3	4	5	6
الواردات $y_i$	39,29	40,47	47,25	47,49	54,85	58,33

(المرجع: المركز الوطني للإعلام الآلي والإحصاء التابع للجمارك)

- (1) مثل سحابة النقط  $M_i(x_i; y_i)$  في معلم متعامد.  
( نأخذ  $1cm$  لكل سنة على محور الفواصل و  $1cm$  لكل 10 مليار دولار على محور الترتيب ) .
- (2) جد إحداثيي النقطة المتوسطة  $G$ ، ثم علمها.
- (3) بين أن معادلة  $(\Delta)$  مستقيم الانحدار بالمرتبعات الدّنيا لهذه السلسلة الإحصائية هي :  $y = 3,96x + 34,09$  :  
ثم مثل  $(\Delta)$  . ( تُدَوَّر النتائج إلى  $10^{-2}$  ) .
- (4) اعتماداً على التعديل الخطي السابق، ابتداءً من أيّ سنة تفوق الواردات 77 مليار دولار؟

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

(I) الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = x^3 + x - 2$  و  $(\Gamma)$  تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل .



بقراءة بيانية عين  $g(1)$  واستنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$  .

(II) الدالة المعرفة على  $\mathbb{R} - \{0\}$  بـ :  $f(x) = x - \frac{x-1}{x^2}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .

(1) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .

ب) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  وفسّر النتيجة بيانياً.

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم  $x$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$  .

- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) أ) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = x$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  .

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$  .

(4) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  في المجال  $]-1.4; -1.3[$  .

(5) ارسم  $(\Delta)$  ثم المنحنى  $(C_f)$  .

(6) احسب  $A$  مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيمت التي معادلاتها:

$$y = x, \quad x = 1, \quad \text{و} \quad x = 3$$

انتهى الموضوع الأول

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (04 نقاط)

- (1) حل في مجموعة الأعداد الحقيقية  $\mathbb{R}$  المعادلة :  $(E) \dots (4x^2 + 3x - 1)(x^2 - 5x + 6) = 0$  .
- (2) كيس به أربع كريات تحمل الأرقام 1، 2، 3، 4، نسحب منه كرية واحدة ونرمز بـ  $p_i$  إلى احتمال سحب الكرية التي تحمل الرقم  $i$  ونضع  $p_1 = 3\alpha^2$  ،  $p_2 = \alpha^2$  ،  $p_3 = \alpha$  ، و  $p_4 = 2\alpha$  .  
- حدد قيمة  $\alpha$  .
- (3) نضع  $\alpha = \frac{1}{4}$  ، احسب احتمال الأحداث التالية :
- A : "سحب كرية تحمل رقما فرديا " .  
B : "سحب كرية تحمل الرقم 4 " .  
C : "سحب كرية تحمل رقما أصغر من أو يساوي 3 " .  
D : "سحب كرية تحمل رقما حلا للمعادلة (E) " .

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

- (1)  $(u_n)$  المتتالية الحسابية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :
- $$\begin{cases} u_2 + 2u_5 = 27 \\ u_1 = \frac{9}{2} \end{cases}$$
- احسب حدها الأول  $u_0$  واساسها  $r$  .
- (2) اكتب عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$  .
- (3) بين أن العدد 2019 حد من حدود هذه المتتالية ثم احسب كلا من المجموعين  $S_1$  و  $S_2$  .  
حيث  $S_1 = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{1344}$  و  $S_2 = u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{1344}$  .
- استنتج حساب المجموع  $S_3$  حيث :  $S_3 = u_1 + u_3 + u_5 + \dots + u_{1343}$  .
- (4)  $(v_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $v_n = e^{6-2u_n}$  .  
- احسب المجموع  $S_n = \frac{1}{v_0} + \frac{1}{v_1} + \dots + \frac{1}{v_n}$  .

### التمرين الثالث: (05 نقاط)

يمثل الجدول التالي تطور الإنتاج السنوي (الوحدة : الطن) لأحد أنواع الأسماك في حوض مائي لتربية الأسماك.

السنة	2013	2014	2015	2016	2017	2018
الرتبة $x_i$	1	2	3	4	5	6
الإنتاج $y_i$ (بالطن)	490	510	595	630	840	999

- (1) مَثَل سحابة النقط  $M_i(x_i; y_i)$  في معلم متعامد.
- (2) ( نأخذ  $1\text{cm}$  لكل سنة على محور الفواصل و  $1\text{cm}$  لكل 100 طن على محور الترتيب).  
جد إحداثيي النقطة المتوسطة  $G$  لهذه السحابة.
- (3) بيّن أنّ معادلة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة هي:  $y = 102x + 320,33$  ومثله بيانيا.
- (4) باعتبار أنّ كمية الإنتاج تتبع نفس الوتيرة :  
(أ) ما هي كمية الإنتاج المتوقعة لسنة 2023 ؟  
(ب) ابتداءً من أي سنة تتجاوز كمية الإنتاج 2000 طن؟

### التمرين الرابع: (07 نقاط)

- (I)  $g$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]-\infty; 0]$  كما يلي:  $g(x) = 2x + 6 - e^{2x+1}$ .  
(1) (أ) أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ .  
(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على المجال  $]-\infty; 0]$  ثم شكل جدول تغيراتها.  
(2) (أ) بيّن أنّ المعادلة:  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث:  $-3 < \alpha < -2.9$ .  
(ب) استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]-\infty; 0]$ .
- (II)  $f$  الدالة المعرفة على المجال  $]-\infty; 0]$  كما يلي:  $f(x) = -2x^2 - 12x + e^{2x+1}$ .  
( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .  
حيث الوحدة على محور الفواصل  $1\text{cm}$  وعلى محور الترتيب  $0.5\text{cm}$ .  
(1) أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]-\infty; 0]$ :  $f'(x) = -2g(x)$ .  
(2) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $]-\infty; 0]$ .  
(3) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ثم شكل جدول التغيرات للدالة  $f$ .  
(4) بيّن أنّ:  $f(\alpha) = -2\alpha(\alpha + 5) + 6$  وأعطِ حصرًا للعدد  $f(\alpha)$ ، ثم ارسم  $(C_f)$  على المجال  $]-4; 0]$ .  
(5) احسب بدلالة  $\alpha$  التكامل:  $\frac{1}{2} \int_{\alpha}^0 f(x) dx$  ثم فسّر النتيجة بيانياً.

انتهى الموضوع الثاني