الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: 2020

الشعبة: تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

إليك جدول تغيّرات دالة f معرّفة وقابلة للاشتقاق على كلّ من المجالين $]-\infty;2[$ و $]2;+\infty[$.

(C_f) التمثيل البياني لـ f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أجب بـ: صحيح أو خاطئ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖	$+$
$f(x)$	$+\infty \searrow -\infty$	‖	$-\infty \nearrow 1$

1) المستقيم ذو المعادلة $y=2$ مقارب لـ (C_f) عند $-\infty$.

2) النّقطة $A(3;2)$ تنتمي إلى المنحنى (C_f).

3) $f(2020)>f(2019)$.

4) المستقيم ذو المعادلة $y=1$ يقطع (C_f) في نقطة واحدة.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يتقاضى موظف خلال 2019 راتبا شهريا ثابتا يقدر بـ 70 000 DA ، في شهر جانفي استهلك منه 80% و ابتداءً من شهر فيفري قرّر تخفيض مبلغ الاستهلاك شهريا بنسبة 5% من المبلغ المستهلك في الشهر الذي قبله.

1) أ. ما هو المبلغ المستهلك في شهر جانفي ؟

ب. حدّد المبلغ المستهلك في شهر فيفري.

2) نضع: u_1 المبلغ المستهلك في شهر جانفي و u_n المبلغ المستهلك في الشهر n ، حيث n عدد طبيعي غير معدوم.

عبّر عن u_{n+1} بدلالة u_n و استنتج أنّ (u_n) متتالية هندسية أساسها 0.95 .

3) اكتب عبارة الحدّ العام u_n بدلالة n.

4) أ. احسب المبلغ المستهلك خلال سنة 2019 .

ب. أوجد المبلغ المدخر خلال هذه السنة.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرّفة بحدّها الأول u_0 حيث: $u_0 = 1$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{3}{2}$

1) أ . برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_n < \frac{9}{2}$

ب. ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) و استنتج أنّها متقاربة .

2) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n: $v_n = u_n - \frac{9}{2}$

أ . بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{2}{3}$ يُطلب حساب حدّها الأول v_0 .

ب. عبّر عن v_n بدلالة n ثمّ احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$.

احسب S_n بدلالة n .

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) الدالة العددية g معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$.

1) احسب كلا من $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغيّر الدّالة g على المجال $]0;+\infty[$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) احسب $g(1)$ ثمّ استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) الدّالة العددية f معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x + 2 + x\ln x$.

(C_f) التّمثيل البياني لـ f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. (يُعطى : $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} x\ln x = 0$)

2) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x موجب تماما : $f'(x) = g(x)$.

3) استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

4) احسب $f(2)$ ثمّ انشئ (C_f).

5) الدّالة F معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $F(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{5}{4}x^2 + 2x - 8 + \frac{1}{2}x^2\ln x$

بيّن أنّ F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

الدّالة العددية f معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{1}{3}x^2-2x$.

(C_f) التمثيل البياني لـ f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

عيّن الاقتراح الصّحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثّلاثة التّالية مع التبرير.

1) الدّالة الأصلية لـ f على $\mathbb{R}$ التي تنعدم من أجل $x=1$ هي الدّالة F حيث:

أ) $F(x)=x^3-x^2$ ب) $F(x)=\frac{1}{9}x^3-x^2$ جـ) $F(x)=\frac{1}{9}x^3-x^2+\frac{8}{9}$

2) القيمة المتوسطة للدّالة f على المجال $[0;1]$ هي:

أ) $\frac{1}{9}$ ب) $\frac{-8}{9}$ جـ) $\frac{8}{9}$

3) الدّالة f متزايدة تماما على المجال:

أ) $[3;+\infty[$ ب) $[-3;+\infty[$ جـ) $]-\infty;3]$

4) المستقيم ذو المعادلة $y=\frac{-5}{3}$ يقطع المنحنى (C_f) في نقطتين فاصلتاهما:

أ) 1 و 5 ب) 1 و -5 جـ) -1 و -5

التمرين الثاني: (04 نقاط)

المتتالية الهندسية (v_n) حدّها الأول v_0 وأساسها q موجبان تماما و: $\begin{cases}\ln v_5+\ln v_3=8\ln 2\\ \ln v_5-\ln v_3=2\ln 2\end{cases}$

1) بيّن أنّ: $v_5=32$ و $v_3=8$

2) أ . بيّن أنّ: $q=2$ و $v_0=1$

ب. اكتب v_n بدلالة n .

جـ. هل العدد 1024 حدّ من حدود المتتالية (v_n)؟

3) المتتالية (w_n) معرّفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ: $w_n=2n-3+2^n$

أ . تحقّق أنّ : $w_n=u_n+v_n$ ، حيث (u_n) متتالية حسابية يُطلب تعيين أساسها وحدّها الأول u_0.

ب. من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n=w_0+w_1+\cdots+w_n$

بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=(n+1)(n-3)+2^{n+1}-1$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرّفة بحدّها الأول u_0 حيث: $u_0=5$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{5}{7}u_n+\frac{6}{7}$

1) برهن بالتّراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_n>3$

2) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) واستنتج أنّها متقاربة.

3) المتتالية العددية (v_n) معرّفة من أجل كلّ عدد طبيعي n بـ : $v_n = u_n - 3$

أ . بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يُطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب. اكتب عبارة v_n بدلالة n .

ج. استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n = 2\times(\frac{5}{7})^n + 3$ واحسب نهاية (u_n).

4) عيّن أصغر قيمة للعدد الطبيعي n التي يكون من أجلها: $u_n < \frac{7}{2}$.

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) الجدول المقابل هو جدول تغيرات الدّالة g المعرّفة

على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = 3x^3 - 2 + 4\ln x$

1) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0{,}9 < \alpha < 1$

2) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من $]0;+\infty[$.

II) الدّالة العددية f معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = 3x - 2 - \dfrac{2\ln x}{x^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.(تُؤخذ وحدة الطول $2cm$)

1) احسب كلا من $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. (يُعطى : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x^2} = 0$)

2) أ . بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 3x - 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب. ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

3) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$

ب. استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

4) ارسم كلا من (Δ) و (C_f). (تؤخذ $f(\alpha) \approx 0{,}9$)

5) الدّالة H معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $H(x) = \dfrac{1+\ln x}{x}$

أ . بيّن أنّ H دالة أصلية للدالة: $x \mapsto -\dfrac{\ln x}{x^2}$ على المجال $]0;+\infty[$.

ب. احسب بـ cm^2 مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما : $x = 1$ و $x = 2$.

انتهى الموضوع الثاني