



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التربية الوطنية



الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات  
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي  
الشعبة: تسيير واقتصاد

دورة: 2021

المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:  
الموضوع الأول

التمرين الأول: ( 04 نقاط )

المتتالية العددية  $(u_n)$  معرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ:  $u_n = 2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 1$

1 أ . احسب الحدود  $u_0$  ،  $u_1$  و  $u_2$

ب. تَحَقَّقْ أَنَّهُ من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} - u_n = -\frac{3}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n$

ج. استنتج اتجاه تغيّر المتتالية  $(u_n)$

2 من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:  $v_n = u_n - 1$

أ . احسب  $v_0$  ثم اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$

ب. بيّن أنّ  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{4}$

3 من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  و  $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

أ . احسب بدلالة  $n$  عبارة  $S_n$

ب. استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $S'_n = n + \frac{11}{3} - \frac{8}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}$

التمرين الثاني: ( 04 نقاط )

الدالة العددية  $g$  معرفة على  $[0; +\infty[$  بتمثيلها البياني  $(C)$

$(T)$  المماس للمنحنى  $(C)$  في النقطة  $A(1; 0)$  (الشكل المقابل)

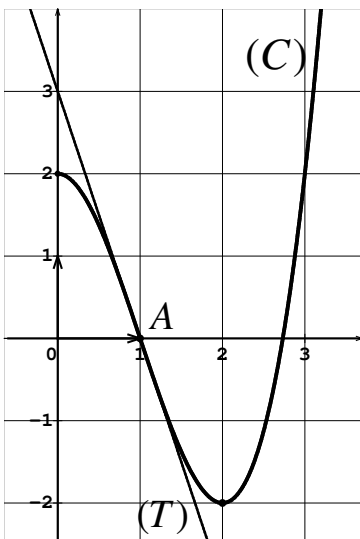
أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية :

1 العددان  $g(2)$  و  $g(3)$  مختلفان في الإشارة.

2 من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; 2[$  :  $g'(x) > 0$

3 معامل توجيه المماس  $(T)$  يساوي: -3

4 كل دالة أصلية  $G$  للدالة  $g$  على  $[0; +\infty[$  متزايدة تماما على  $[0; 2]$



التمرين الثالث: ( 04 نقاط )

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التبرير.

$$(1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{-2x+1}{1+x+x^2} \right) \text{ هي:}$$

أ) 0      ب) -2      ج) 1

(2) عبارة الحدّ العام للمتتالية الحسابية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بحدّها الأول 2 و أساسها  $\frac{1}{2}$  هي:

أ)  $2\left(\frac{1}{2}\right)^n$       ب)  $2 + \frac{1}{2}n$       ج)  $2 + \left(\frac{1}{2}\right)^n$

(3) الدالة العددية  $h$  معرفة على  $]0; +\infty[$  بـ:  $h(x) = 2x - 1 + \frac{3}{x}$  ، تمثيلها البياني  $(C)$  في مستو

منسوب إلى معلم يقبل مستقيما مقاربا مائلا معادلته هي:

أ)  $y = 2x - 1$       ب)  $y = 2x$       ج)  $y = 2x + 1$

(4) الدالة العددية  $g$  معرفة على  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x^2}$

دالتها الأصلية  $G$  على  $]0; +\infty[$  التي تتعدم من أجل القيمة 1 معرفة بـ:

أ)  $G(x) = x^2 + x - \frac{1}{x}$       ب)  $G(x) = x^2 + x - 1 - \frac{1}{x}$       ج)  $G(x) = x^2 + x + \frac{1}{x} - 3$

التمرين الرابع: ( 08 نقاط )

الدالة العددية  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 1}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أ . بيّن أنّ  $f$  دالة زوجية.

ب. احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ثم استنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  وفيسر النتيجة هندسيا.

ج. ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$  ذي المعادلة  $y = 1$

(2) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = \frac{10x}{(x^2 + 1)^2}$

ب. استنتج أنّ  $f$  متناقصة تماما على  $]0; +\infty[$  ومتزايدة تماما على  $]-\infty; 0[$  ثم شكّل جدول تغيّراتها.

(3) أ . اكتب معادلة للمماس  $(T)$  للمنحنى (C) في النقطة التي فاصلتها 2

ب. جدّ إحداثيات نقطتي تقاطع (C) مع حامل محور الفواصل.

(4) ارسم  $(\Delta)$  ،  $(T)$  و  $(C)$

(5) الدالة العددية  $g$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = \frac{|x^2 - 4|}{x^2 + 1}$  ،  $(C_g)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ . بيّن أنّ: من أجل كلّ  $x$  من  $]2; +\infty[ \cup ]-\infty; -2]$  ،  $g(x) = f(x)$  ،

و من أجل كلّ  $x$  من  $[-2; 2]$  :  $g(x) = -f(x)$

ب. شكّل جدول تغيّرات الدالة  $g$

## الموضوع الثاني

التمرين الأول: ( 04 نقاط )

المتتالية العددية  $(u_n)$  معرفة على  $\mathbb{N}$  بحدّها الأول  $u_0$  حيث:  $u_0 = 5$  و  $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$

(1) أ. برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n = 2\left(\frac{1}{3}\right)^n + 3$

ب. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} - u_n = -\frac{4}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^n$

ج. استنتج اتجاه تغيّر المتتالية  $(u_n)$

(2) من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  نضع:  $v_n = u_n - 3$

أ. احسب  $v_0$  ثمّ اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$

ب. بيّن أنّ المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{1}{3}$

(3) من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  نضع:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  و  $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

أ. احسب بدلالة  $n$  عبارة  $S_n$

ب. استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  ،  $S'_n = 3n + 6 - \left(\frac{1}{3}\right)^n$

التمرين الثاني: ( 04 نقاط )

الدالة العددية  $f$  معرفة على  $]-\infty; 0[ \cup ]0; +\infty[$  بجدول تغيّراتها المقابل.  
(C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم.

أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كلّ حالة من الحالات التالية:

(1)  $y = -1$  هي معادلة للمستقيم المقارب للمنحنى (C) عند  $+\infty$

(2) معامل توجيه المماس (T) للمنحنى (C) في النقطة A ذات الفاصلة 1 يساوي 0

(3) النقطة  $B(3; 1)$  تنتمي إلى (C)

(4)  $f(1442) < f(2021)$

التمرين الثالث: ( 04 نقاط )

لكلّ سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عينه مع التبرير.

(1) الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]-2; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$  ، دالتها المشتقة  $f'$  معرفة بـ:

(أ)  $f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2}$  (ب)  $f'(x) = \frac{5}{(x+2)^2}$  (ج)  $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$

(2) الدالة العددية  $g$  معرّفة على المجال  $]2; +\infty[$  بـ:  $g(x) = 1 + \frac{3}{x-2}$

و  $(C_g)$  تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم.

معادلة المماس لـ  $(C_g)$  في النقطة ذات الفاصلة 3 هي:

(أ)  $y = 3x - 5$  (ب)  $y = -3x + 13$  (ج)  $y = -3x + 5$

(3)  $a$  عدد حقيقي، الأعداد  $a$ ،  $a+2$ ،  $a+6$  بهذا الترتيب هي حدود متتابعة لمتتالية هندسية من أجل:

(أ)  $a = 2$  (ب)  $a = -2$  (ج)  $a = 4$

(4) المتتالية الحسابية  $(v_n)$  معرّفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = 2n + 1$ ، نضع:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  المجموع  $S_n$  يساوي:

(أ)  $n^2$  (ب)  $(n+1)^2$  (ج)  $\frac{n(n+1)}{2}$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

الدالة العددية  $f$  معرّفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{x^2 - x + 4}{x^2 + x + 2}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (الوحدة 2 cm)

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجتين هندسيا.

(2) من أجل كلّ  $x$  من  $\mathbb{R}$  نضع:  $g(x) = f(x) - 1$

أ. ادرس حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$

ب. استنتج وضعية (C) بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$  ذي المعادلة  $y = 1$

(3) أ. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$ :  $f'(x) = \frac{2(x+1)(x-3)}{(x^2+x+2)^2}$

ب. بيّن أنّ  $f$  متزايدة تماما على كلّ من  $]-\infty; -1]$  و  $[3; +\infty[$  ومتناقصة تماما على  $[-1; 3]$

ج. شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$

(4) أ. اكتب معادلة لـ (T) مماس المنحني (C) في النقطة التي فاصلتها 1

ب. تحقّق أنّ (T) يقطع (C) في النقطة  $A(-2; \frac{5}{2})$

(5) ارسم  $(\Delta)$ ، (T) و (C)

(6) الدالة المعرّفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $h(x) = \frac{x^2 - |x| + 4}{x^2 + |x| + 2}$ ،  $(C_h)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ. بيّن أنّ الدالة  $h$  زوجية.

ب. تحقّق أنّه من أجل كل  $x$  من المجال  $[0; +\infty[$ :  $h(x) = f(x)$

ج. اشرح كيفية رسم  $(C_h)$  انطلاقا من (C) و ارسمه.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموعة	مجزأة	
<b>التمرين الأول: ( 04 نقاط )</b>		
01,75	0,25x3	1) أ . حساب: $u_0$ ، $u_1$ و $u_2$
	0,50	ب. التَّحَقَّق أَنَّ : $u_{n+1} - u_n = -\frac{3}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n$
	0,50	ج. $(u_n)$ متناقصة تماما.
01,25	0,25	2) أ . $v_0 = 2$
	0,50	عبارة $v_n$ بدلالة $n$ : $v_n = 2\left(\frac{1}{4}\right)^n$
	0,50	ب $(v_n)$ متتالية هندسيّة أساسها $\frac{1}{4}$ : $v_{n+1} = \frac{1}{4}v_n$
01,00	0,75	3) أ . $S_n = \frac{8}{3}\left[1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right]$
	0,25	ب. $S'_n = S_n + n + 1 = n + \frac{11}{3} - \frac{8}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}$
<b>التمرين الثاني: ( 04 نقاط )</b>		
01,00	0,50x2	1) صح ، التبرير .
01,00	0,50x2	2) خطأ ، التبرير .
01,00	0,50x2	3) صح ، التبرير .
01,00	0,50x2	4) خطأ ، التبرير .
<b>التمرين الثالث: ( 04 نقاط )</b>		
01,00	0,50x2	1) الجواب الصحيح (أ) ، التبرير .
01,00	0,50x2	2) الجواب الصحيح (ب) ، التبرير .
01,00	0,50x2	3) الجواب الصحيح (أ) ، التبرير .
01,00	0,50x2	4) الجواب الصحيح (ج) ، التبرير .
<b>التمرين الرابع: ( 08 نقاط )</b>		
02,50	0,50	1) أ . $f$ دالة زوجية
	0,50x2	ب. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$
	0,25	المستقيم ذو المعادلة : $y = 1$ مقارب لـ (C)
	0,50	ج. لدينا: من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ ، $f(x) - 1 = -\frac{5}{x^2 + 1}$
	0,25	و منه (C) أسفل (Δ)

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)												
مجموعة	مجزأة													
02,25	0,75	2 أ. $f'(x) = \frac{10x}{(x^2 + 1)^2}$												
	0,50	ب. $f'(x)$ من إشارة $10x$												
	0,50	$f$ متناقصة تماما على $]-\infty; 0]$ ومتزايدة تماما على $[0; +\infty[$ جدول تغيّرات $f$ :												
	0,50	<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td>1</td> <td></td> <td>1</td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	1		1
$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$											
$f'(x)$	-	0	+											
$f(x)$	1		1											
01,50	0,75	3 أ. $y = \frac{4}{5}x - \frac{8}{5}$ هي معادلة $(T)$ المماس لـ $(C)$ في النقطة التي فاصلتها 2												
	0,50	ب. $f(x) = 0$ تكافئ $(x = 2)$ أو $(x = -2)$												
	0,25	إحداثيات نقطتي تقاطع $(C)$ مع حامل محور الفواصل هي $(2; 0)$ و $(-2; 0)$												
01,00	0,25x2	4 رسم $(\Delta)$ ، $(T)$												
	0,50													
00,75	0,50	5 أ. - دراسة إشارة $x^2 - 4$ وكتابة $ x^2 - 4 $ دون رمز القيمة المطلقة. - من أجل كل $x$ من $]-\infty; -2] \cup [2; +\infty[$ ، $g(x) = f(x)$ - من أجل كل $x$ من $[-2; 2]$ : $g(x) = -f(x)$												
	0,25	ب. تشكيل جدول تغيّرات $g$												
		<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-2</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>2</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>g(x)</math></td> <td>1</td> <td>0</td> <td>4</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$	$g(x)$	1	0	4	0	1
$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$									
$g(x)$	1	0	4	0	1									

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموعة	مجزأة	
<b>التمرين الأول: ( 04 نقاط )</b>		
1.75	0.50+0.25	1) أ . البرهان بالتراجع : $u_n = 2\left(\frac{1}{3}\right)^n + 3$
	0.50	ب . $u_{n+1} - u_n = -\frac{4}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^n$
	0.50	ج . المتتالية $(u_n)$ متناقصة تماما.
01.50	0.50+0.25	2) أ . $v_0 = 2$ و $v_n = u_n - 3 = 2\left(\frac{1}{3}\right)^n$
	0,75	ب . $(v_n)$ هندسية أساسها $\frac{1}{3}$
0.75	0.50	3) أ . $S_n = 3\left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right]$
	0,25	ب . $S'_n = S_n + 3(n+1) = 3n + 6 - \left(\frac{1}{3}\right)^n$
<b>التمرين الثاني: ( 04 نقاط )</b>		
01,00	0,50x2	1) خطأ ، التبرير .
01,00	0,50x2	2) صح ، التبرير .
01,00	0,50x2	3) خطأ ، التبرير .
01,00	0,50x2	4) صح ، التبرير .
<b>التمرين الثالث: ( 04 نقاط )</b>		
01,00	0,50x2	1) الإجابة الصحيحة (ج) ، التبرير .
01,00	0,50x2	2) الإجابة الصحيحة (ب) ، التبرير .
01,00	0,50x2	3) الإجابة الصحيحة (أ) ، التبرير .
01,00	0,50x2	4) الإجابة الصحيحة (ب) ، التبرير .

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)																
مجموعة	مجزأة																	
<b>التمرين الرابع: ( 08 نقاط )</b>																		
01,25	0,50x2 0,25	1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ ، المستقيم ذو المعادلة : $y = 1$ مقارب لـ (C)																
01,25	0,25x3 0,25x2	2) أ . $g(x) > 0$ على $]-\infty; 1[$ و $g(x) < 0$ على $]1; +\infty[$ و $g(1) = 0$ ب. استنتاج وضعية (C) بالنسبة إلى المستقيم ( $\Delta$ )																
02,25	0,75	3) أ . $f'(x) = \frac{2(x+1)(x-3)}{(x^2+x+2)^2}$																
	0,50	ب. إشارة $f'(x)$ من إشارة البسط $2(x+1)(x-3)$																
	0,50	$f$ متزايدة تماما على كل من $]-\infty; -1[$ ، $[3; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[-1; 3]$ ج . جدول تغيرات $f$																
	0,50	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-1</math></td> <td><math>3</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td></td> <td>↗ 3</td> <td>↘ <math>\frac{5}{7}</math></td> <td>↗ 1</td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$-1$	$3$	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	0	+	$f(x)$		↗ 3	↘ $\frac{5}{7}$	↗ 1
$x$	$-\infty$	$-1$	$3$	$+\infty$														
$f'(x)$	+	0	-	0	+													
$f(x)$		↗ 3	↘ $\frac{5}{7}$	↗ 1														
01,25	0,75	4) أ . كتابة معادلة لـ (T) : $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$																
	0,50	ب. التحقق أن (T) يقطع (C) في النقطة $A(-2; \frac{5}{2})$ .																
01,00	2x0,25	5) رسم ( $\Delta$ ) ، (T) رسم (C)																
	0,50																	



العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموعة	مجزأة	
01.00	0.25	6 أ . $h$ زوجية.
	0,25	ب. التَّحَقَّقْ أَنَّهُ من أجل كل $x$ من المجال $[0; +\infty[$ $h(x) = f(x)$
	0,25	ج. شرح كيفية رسم $(C_h)$ انطلاقا من $(C)$
	0.25	رسم $(C_h)$

## الموقع الأول لتحضير الفروض والاختبارات في الجزائر

<https://www.dzexams.com>

<a href="https://www.dzexams.com/ar/0ap">https://www.dzexams.com/ar/0ap</a>	القسم التحضيري
<a href="https://www.dzexams.com/ar/1ap">https://www.dzexams.com/ar/1ap</a>	السنة الأولى ابتدائي
<a href="https://www.dzexams.com/ar/2ap">https://www.dzexams.com/ar/2ap</a>	السنة الثانية ابتدائي
<a href="https://www.dzexams.com/ar/3ap">https://www.dzexams.com/ar/3ap</a>	السنة الثالثة ابتدائي
<a href="https://www.dzexams.com/ar/4ap">https://www.dzexams.com/ar/4ap</a>	السنة الرابعة ابتدائي
<a href="https://www.dzexams.com/ar/5ap">https://www.dzexams.com/ar/5ap</a>	السنة الخامسة ابتدائي
<a href="https://www.dzexams.com/ar/bep">https://www.dzexams.com/ar/bep</a>	شهادة التعليم الابتدائي
<a href="https://www.dzexams.com/ar/1am">https://www.dzexams.com/ar/1am</a>	السنة الأولى متوسط
<a href="https://www.dzexams.com/ar/2am">https://www.dzexams.com/ar/2am</a>	السنة الثانية متوسط
<a href="https://www.dzexams.com/ar/3am">https://www.dzexams.com/ar/3am</a>	السنة الثالثة متوسط
<a href="https://www.dzexams.com/ar/4am">https://www.dzexams.com/ar/4am</a>	السنة الرابعة متوسط
<a href="https://www.dzexams.com/ar/bem">https://www.dzexams.com/ar/bem</a>	شهادة التعليم المتوسط
<a href="https://www.dzexams.com/ar/1as">https://www.dzexams.com/ar/1as</a>	السنة الأولى ثانوي
<a href="https://www.dzexams.com/ar/2as">https://www.dzexams.com/ar/2as</a>	السنة الثانية ثانوي
<a href="https://www.dzexams.com/ar/3as">https://www.dzexams.com/ar/3as</a>	السنة الثالثة ثانوي
<a href="https://www.dzexams.com/ar/bac">https://www.dzexams.com/ar/bac</a>	شهادة البكالوريا