



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: 2023

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: تسيير واقتصاد

المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{3}{5}u_n - \frac{6}{5}$

(1) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > -3$

(2) بين أن (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

(3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = u_n + 3$

(أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{5}$ يُطلب تعيين حدّها الأول v_0

(ب) عيّن عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 5\left(\frac{3}{5}\right)^n - 3$

(ج) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) نضع: من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

احسب S_n بدلالة n ثم بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $T_n = \frac{19}{2} - 3n - \frac{15}{2}\left(\frac{3}{5}\right)^n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) (أ) حلّ في \mathbb{R} المعادلة $(1-x)(10x^2 + 9x - 1) = 0$

(ب) تحقّق أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $10x^2 + 9x - 1 = (x+1)(10x-1)$

(2) (أ) استنتج في المجال $]0; +\infty[$ مجموعة حلول المعادلة $(1 - \ln x)(10(\ln x)^2 + 9(\ln x) - 1) = 0$

(ب) استنتج في \mathbb{R} مجموعة حلول المتراجحة $(1 - e^x)(10e^{2x} + 9e^x - 1) \leq 0$

(3) حلّ في المجال $]0; +\infty[$ المتراجحة $\ln(10x^2 + 9x) \geq 0$



التمرين الثالث: (04 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير.

(1) (u_n) المتتالية الحسابية التي حدّها الأول 3 وأساسها -4 . من أجل كلّ عدد طبيعي n :
أ) $u_n = 3 \times (-4)^n$ (ب) $u_n = 3 - 4n$ (ج) $u_n = 3 - 4(n-1)$

(2) f الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ ب: $f(x) = 1 + \ln(x+1)$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
معادلة لمماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 هي:

أ) $y = x + 1$ (ب) $y = x$ (ج) $y = x - 1$

(3) g الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $g(x) = 2x - \frac{1}{x}$

دالتها الأصلية G على المجال $]0; +\infty[$ والتي تنعدم من أجل القيمة 1 معرفة ب:

أ) $G(x) = x^2 + 1 - \ln x$ (ب) $G(x) = -x^2 + 1 - \ln x$ (ج) $G(x) = x^2 - 1 - \ln x$

(4) القيمة المتوسطة للدالة $x \mapsto 3(x+1)^2$ على المجال $[0; 1]$ تساوي:

أ) 7 (ب) 14 (ج) 21

التمرين الرابع: (08 نقاط)

f الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ ب: $f(x) = x + 1 - \frac{3}{e^x + 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول 2 cm)

(1) بين أنّ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(2) أ) بين أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$

(ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

(3) أ) بين أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $[0; +\infty[$ ، $f'(x) = 1 + \frac{3e^x}{(e^x + 1)^2}$

(ب) استنتج أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

(4) بين أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,28 < \alpha < 0,29$

(5) ارسم (Δ) و (C_f)

(6) F الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ ب: $F(x) = 3x - 3\ln(e^x + 1)$

أ) تحقق أنّ F أصلية للدالة $x \mapsto \frac{3}{e^x + 1}$ على المجال $[0; +\infty[$

(ب) احسب بالسنتيمتر المربع مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) والمستقيم (Δ)

والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 0$ و $x = \ln 2$



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

$$u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3, \text{ ومن أجل كل عدد طبيعي } n, u_0 = 2 \text{ المعرفة العددية المتتالية } (u_n)$$

(1) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي $n, u_n < 4$

(2) بين أن (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

(3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} ب: $v_n = u_n - 4$

(أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ يُطلب تعيين حدّها الأول v_0

(ب) عيّن عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n ثم استنتج أنه: من أجل كل عدد طبيعي $n, u_n = -2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$

(ج) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) نضع: من أجل كل عدد طبيعي $n, S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

احسب S_n بدلالة n ثم بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي $n, T_n = 4n + \frac{4}{3} + \frac{2}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير.

(1) مجموعة الحلول في \mathbb{R} للمعادلة $e^{2x} + 4e^x - 5 = 0$ هي:

(أ) $\{0\}$ (ب) $\{1; 0\}$ (ج) $\{-5; 0\}$

(2) α عدد حقيقي و (u_n) المتتالية المعرفة ب: $u_0 = \alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n, u_{n+1} = 5u_n - 4$

تكون المتتالية (u_n) ثابتة من أجل:

(أ) $\alpha = 5$ (ب) $\alpha = -4$ (ج) $\alpha = 1$

(3) f الدالة المعرفة على \mathbb{R} ب: $f(x) = \frac{2e^x}{e^x + 1}$

الدالة الأصلية F على \mathbb{R} للدالة f والتي تتعدم من أجل القيمة 0 معرفة ب:

(أ) $F(x) = -2\ln(e^x + 1) + \ln 4$ (ب) $F(x) = 2\ln(e^x + 1) - \ln 4$ (ج) $F(x) = \ln\left(\frac{e^x + 1}{2}\right)$

(4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1 - e^x)$ تساوي:

(أ) $-\infty$ (ب) $+\infty$ (ج) 0



التمرين الثالث: (04 نقاط)

- (1) أ) تحقّق أنه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = (x-2)(x^2 - 4x + 3)$
ب) حلّ في \mathbb{R} المعادلة $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$
- (2) أ) استنتج في المجال $]0; +\infty[$ مجموعة حلول المعادلة $(\ln x)^3 - 6(\ln x)^2 + 11(\ln x) - 6 = 0$
ب) استنتج في \mathbb{R} مجموعة حلول المعادلة $e^{3x} - 6e^{2x} + 11e^x - 6 = 0$
- (3) حلّ في المجال $]2; +\infty[$ المتراجحة $\ln(x^3 - 6x^2 + 11x - 5) \geq 0$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

- f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = x^2 - x - \ln x$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$)
- (1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجة هندسياً.
ب) بيّن أنّ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- (2) أ) بيّن أنه: من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{(2x+1)(x-1)}{x}$
ب) استنتج أنّ الدالة f متناقصة تماماً على $]0; 1[$ و متزايدة تماماً على $]1; +\infty[$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.
- (3) عيّن معادلة لـ (T) المماس للمنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 2
- (4) احسب $f(3)$ ثمّ ارسم (T) و (C_f)
- (5) F الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x - x \ln x$
أ) تحقّق أنّ F أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$
ب) احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=3$