

UNION DES COMORES		Examen : Baccalauréat							
MINISTRE DE L'EDUCATION NATIONALE		Session : 2017							
Epreuve : Mathématiques	Série :	A1	A2	A4	C	D	G	Stc	Sti
	Coef. :					4			
Nbr pages : 2	Durée :					4			

Tous les sujets et corrigés des Bac Comoriens sont disponibles sur le site internet : <https://lechaya.herokuapp.com/>

Exercice 1 : « 5 points »

Partie A : *Probabilité*

On dispose deux boîtes B_1 et B_2 contenant chacune des gommes identiques et indiscernables au toucher. Dans la boîte B_1 , on trouve une gomme rouge et deux gommes bleues ; la boîte B_2 , contient deux gommes rouges et deux bleues. On choisit au hasard une boîte et on tire simultanément deux gommes dans cette boîte. Soit l'événement A : « obtenir une seule gomme rouge ».

1. Montrer que : $P(A) = \frac{2}{3}$.
2. Ali s'intéresse à ce jeu et il a tiré une seule gomme rouge.

Quelle est la probabilité qu'elle provienne de la boîte B_2 ?

3. Dans cette question, l'expérience consiste à répéter le jeu précédent 4 fois de suites et de manières indépendantes. On appelle succès l'événement « Obtenir une seule gomme rouge ».

Calculer la probabilité de gagner trois fois au cours de ces 4 essais.

Partie B : *Statistique*.

Le directeur de l'école privée TWAMAYA YAMAWUWU a sollicité une évaluation et un suivi de la classe de CM2 auprès d'un encadreur pédagogique.

Ce dernier a relevé pour les cinq dernières années le nombre x d'élèves présentés et le nombre y d'élèves admis à l'examen d'entrée en 6^{ème}. Les résultats sont notés dans le tableau suivant :

Examen d'entrée en 6 ^{ème} session	2012	2013	2014	2015	2016
Nombre d'élèves présentés : x	88	65	59	25	58
Nombre d'élèves admis : y	43	22	56	23	54

1. Déterminer les coordonnées $(\bar{x}; \bar{y})$ du point moyen G de cette série statistique.
2. En utilisant la méthode de moindre carré, montrer que la droite d'ajustement linéaire de y en x à pour équation $y = 0,27x + 23,67$.
3. a) En supposant que la tendance de cet analyse reste uniforme et en utilisant l'expression de la droite de régression de y en x , pour cette session de 2017 de l'Union des Comores, donner alors une estimation des nombres des admis sachant que cette école a présenté 54 élèves.
b) Selon le rapport de l'encadreur, le problème soulevé est l'effectif des élèves qui empêche l'enseignant à prendre en charge les élèves en difficultés. Alors, pour qu'un jour cette classe réussisse à 100 % à l'examen d'entrée en 6^{ème}, donner une estimation de l'effectif des élèves que le directeur présentera.

Exercice 2 : « 5 points »

Dans le plan complexe rapporté d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) d'unité graphique 4 cm, on

donne les points A, B et C d'affixes respectives $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$, $-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ et -1 . (d) droite d'équation

$$x = -\frac{1}{2}$$

1. a) Montrer que : $\frac{z_C - z_B}{z_C - z_A} = \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$. b) En déduire la valeur du module et d'un argument de $\frac{z_C - z_B}{z_C - z_A}$

c) Quelle est alors la nature du triangle ABC ?

2. a) Montrer que les points A, B et C appartiennent au cercle (Γ) de centre O et de rayon 1.
b) Tracer (Γ) , (d) et puis placer les points A, B et C dans le repère.
3. Soit S la transformation du plan dans lui-même d'écriture complexe : $z' = (1 + i\sqrt{3})z + i$.
a) Déterminer la nature et les éléments caractéristique de S .
b) Calculer l'affixe du point D, image du point O par la transformation S .
c) Déterminer et construire l'ensemble (Γ') image de (Γ) par S .

Problème : « 10 points »

Partie I : Etude de la continuité et la dérivabilité d'une fonction.

Soit f la fonction définie sur l'ensemble \mathbb{R} par :

$$f(x) = \begin{cases} e^{x-1} - x + 1 & \text{si } x \in]-\infty; 1] \\ 1 + \frac{\ln x}{x} & \text{si } x \in]1; +\infty[\end{cases}$$

1. Montrer que la fonction f est continue au point $x_0 = 1$.
2. Etude de la dérivabilité de f au point $x_0 = 1$.
 - a. Montrer qu'en posant $t = x - 1$, on a : $\frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \frac{e^t - 1}{t} - 1, \forall x \leq 1$.
 - b. Calculer alors, $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \right)$.
 - c. Déterminer $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \right)$. (on admet que : $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x - 1} = 1$).
 - d. La fonction f est-elle dérivable au point $x_0 = 1$? Justifier votre réponse.

Partie II : Etude d'une fonction

On considère la fonction H définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par : $H(x) = 1 + \frac{\ln x}{x}$. Dans le plan de repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on note par (C_H) la courbe représentative de la fonction H , (Δ) la droite d'équation $y = 1$.

1.
 - a) Montrer que, pour tout réel $x > 0$, on a : $H'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$.
 - b) En déduire le sens de variation de H .
 - c) Dresser le tableau de variation de H .
2. Etablir l'équation de la tangente (T) à (C_H) au point d'abscisse $x_1 = 1$.
3.
 - a) Tracer (T) , (Δ) et (C_H) . **On prend :** $e = 2,7$ et $1 + e^{-1} = 1,3$.
 - b) Calculer la surface du domaine du plan limité par, (C_H) , (Δ) , et les droites d'équation respectives $x = 1$ et $x = e$.
4. Montrer que l'équation $H(x) = 1,2$ admet une solution unique, notée α , sur l'intervalle $[e; +\infty[$ et que $12 \leq \alpha \leq 13$.

Partie III : Valeur approchée du nombre réel α .

1. Montrer que le réel α vérifie la relation : $5 \ln \alpha = \alpha$.
2. g étant la fonction définie sur l'intervalle $K = [12; 13]$ par : $g(x) = 5 \ln x$;
montrer que pour tout réel x de K , on a : $g(x) \in K$ et que $|g'(x)| \leq \frac{5}{12}$.
3. On considère la suite (V_n) définie par : $V_0 = 12$ et $V_{n+1} = g(V_n), \forall n \in \mathbb{N}$.
 - a. Montrer par récurrence que, $\forall n \in \mathbb{N}$, on a : $V_n \in K$.
 - b. Montrer que, pour tout entier n , on a : $|V_{n+1} - \alpha| \leq \frac{5}{12} |V_n - \alpha|$.
 - c. En déduire que, pour tout entier n , on a : $|V_n - \alpha| \leq \left(\frac{5}{12}\right)^n$.
 - d. Déterminer alors la limite de la suite (V_n) .
4. Trouver le plus petit entier naturel n , tel que V_n soit une valeur approchée du nombre réel α à 10^{-1} près.

[Retrouver les sujets et corrigés des bac comoriens sur la page facebook : lechaya](#)