

Baccalauréat blanc n° 1

Les calculatrices sont autorisées. Le barème prend en compte la rédaction, la qualité de l'expression et la présentation de la copie. Le barème est donné à titre indicatif.

Le sujet est à rendre avec la copie.
Durée : 2h - pas de sortie anticipée

Exercice 1 :	/3
Exercice 2 :	/7
Exercice 3 :	/10
Total :	/20

Exercice 1. (3 points)

Pour chacune des affirmations proposées, indiquer si elle est VRAIE ou FAUSSE et justifier cette réponse. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.

1. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par : $u_n = \frac{4n^5 - 2n^3 + 5n}{3n^4 + n^3 + 10n + 2}$.

Affirmation A : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{4}{3}$.

2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = (-1)^n + n$.

Affirmation B : $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$.

3. Soit une suite (w_n) .

Affirmation C : Si, pour tout entier naturel n supérieur à 1,

$$-1 - \frac{1}{n} \leq w_n \leq 1 + \frac{1}{n},$$

alors la suite (w_n) converge.

Exercice 2. (7 points) Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.

Le virus de la grippe atteint chaque année, en période hivernale, une partie de la population d'une ville. La vaccination contre la grippe est possible ; elle doit être renouvelée chaque année.

Partie A

L'efficacité du vaccin contre la grippe peut être diminuée en fonction des caractéristiques individuelles des personnes vaccinées, ou en raison du vaccin, qui n'est pas toujours totalement adapté aux souches du virus qui circulent. Il est donc possible de contracter la grippe tout en étant vacciné.

Une étude menée dans la population de la ville à l'issue de la période hivernale a permis de constater que :

- 40 % de la population est vaccinée ;
- 8 % des personnes vaccinées ont contracté la grippe ;
- 20 % de la population a contracté la grippe.

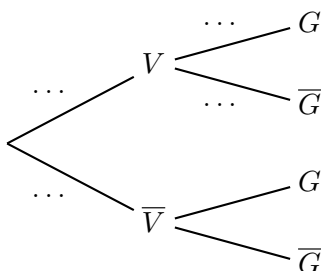
On choisit une personne au hasard dans la population de la ville et on considère les événements :

V : « la personne est vaccinée contre la grippe » ;

G : « la personne a contracté la grippe ».

1. (a) Donner la probabilité de l'événement G .

(b) Compléter les pointillés indiqués sur quatre des branches de l'arbre pondéré représenté ci-dessous.



2. Déterminer la probabilité que la personne choisie ait contracté la grippe et soit vaccinée.
3. La personne choisie n'est pas vaccinée. Montrer que la probabilité qu'elle ait contracté la grippe est égale à 0,28.

Partie B

Dans cette partie, les probabilités demandées seront données à 10^{-3} près.

Un laboratoire pharmaceutique mène une étude sur la vaccination contre la grippe dans cette ville.

Après la période hivernale, on interroge au hasard n habitants de la ville, en admettant que ce choix se ramène à n tirages successifs indépendants et avec remise. On suppose que la probabilité qu'une personne choisie au hasard dans la ville soit vaccinée contre la grippe est égale à 0,4.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de personnes vaccinées parmi les n interrogées.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ?
2. Dans cette question, on suppose que $n = 40$.
 - (a) Déterminer la probabilité qu'exactement 15 des 40 personnes interrogées soient vaccinées.
 - (b) Déterminer la probabilité qu'au moins la moitié des personnes interrogées soit vaccinée.
 - (c) Déterminer le nombre moyen de personnes vaccinées dans ce groupe de 40 personnes interrogées.

Exercice 3. (10 points)

Partie A

On considère l'algorithme suivant :

```

Demander  $p$ 
 $u \leftarrow 5$ 
Pour  $k$  variant de 1 à  $p$ 
     $u \leftarrow 0,5u + 0,5(k - 1) - 1,5$ 
Finpour
Afficher  $u$ 
  
```

Faire fonctionner cet algorithme pour $p = 2$ en indiquant les valeurs des variables à chaque étape. Quel nombre obtient-on en sortie ?

Partie B

Soit (u_n) la suite définie par son premier terme $u_0 = 5$ et, pour tout entier naturel n par

$$u_{n+1} = 0,5u_n + 0,5n - 1,5.$$

1. Modifier l'algorithme de la première partie pour obtenir en sortie toutes les valeurs de u_n pour n variant de 1 à p .
2. À l'aide de l'algorithme modifié, après avoir saisi $p = 4$, on obtient les résultats suivants :

n	1	2	3	4
u_n	1	-0,5	-0,75	-0,375

Peut-on affirmer, à partir de ces résultats, que la suite (u_n) est décroissante ?

Justifier.

3. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = 0,1u_n - 0,1n + 0,5$.
Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,5. Préciser la valeur de v_0 .
4. Exprimer v_n en fonction de n , pour tout entier naturel n .
5. En déduire que, pour tout entier naturel n ,

$$u_n = 10 \times 0,5^n + n - 5.$$

6. Démontrer que la suite (u_n) est croissante à partir du rang 3.
7. Déterminer la limite de la suite (u_n) . On admettra que : $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,5^n = 0$.